

Themenpool zur mündlichen Reifeprüfung aus Mathematik 2019/20

1. Lineare und quadratische Gleichungen in einer Variablen; lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen

Gleichungen umformen und lösen; Lösungsfälle untersuchen; Lösungen und Lösungsfälle geometrisch deuten können; Herleitungen der kleinen und großen Lösungsformel; Herleitung und Anwendung des Satzes von Vieta; lineares Gleichungssystem aufstellen, umformen, lösen und interpretieren; Lösungen und Lösungsfälle geometrisch deuten.

2. Trigonometrie: Berechnungen in rechtwinkligen und beliebigen Dreiecken

Anwendungen von $\sin$, $\cos$, $\tan$ in verschiedenen geometrischen Sachverhalten (in ebenen Figuren und Körpern); Beziehungen zwischen $\sin$, $\cos$ und $\tan$ (Beweise). Anwendung in beliebigen Dreiecken; Vermessungsaufgaben; Sinus und Cosinus im Einheitskreis; Herleitungen von Sinus- und Cosinussatz; Polarkoordinaten.

3. Vektoren und analytische Geometrie der Ebene

Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) verständlich einsetzen und im Kontext deuten; Normalvektoren in $\mathbb{R}^2$ aufstellen und interpretieren; Mittelpunkt einer Strecke; Einheitsvektor; Winkelmaß zwischen Vektoren; Schwerpunktformel im Dreieck (Herleitung); Orthogonalitätskriterium; Geraden durch Gleichungen angeben (Parameterform, Normalvektorform, allgemeine Form, Hauptform); Lagebeziehungen analysieren; Schnittpunkte ermitteln; Normalprojektion und Abstandsberechnungen.

4. Reelle Funktionen

Lineare Funktion: Charakteristische Eigenschaften kennen und im Kontext deuten; Bewegungs-, Kosten- und Gebührenaufgaben; direkte Proportionalität. Grundbegriffe nichtlinearer Funktionen (indirekte Proportionalitätsfunktion, quadratische Funktion); Funktionsbegriff allgemein. Monotonie und Extremstellen; Potenzfunktionen und deren Graphen kennen; Polynomfunktionen und typische Graphen kennen; Änderungsmaße von Funktionen; Funktionsgraphen.

5. Exponential- und Logarithmusfunktionen, Anwendungen der Exponentialfunktionen

Charakteristische Eigenschaften, Graphen und Deutung der Parameter c und a einer Exponentialfunktion der Form $f(x) = c \cdot a^x$; charakteristische Eigenschaften und Graphen der Logarithmusfunktion; Wachstums- und Abnahmeprozesse; Anwendungsaufgaben (radioaktiver Zerfall, Bakterienwachstum,...). Potenzen mit Exponenten aus $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$; Wurzeln und Wurzelgleichungen; logarithmische Rechenregeln; einfache Exponential- und Logarithmusgleichungen.

6. Winkelfunktionen

Bogenmaß; Umrechnen vom Bogenmaß ins Gradmaß und umgekehrt; Erweiterung von Sinus und Cosinus auf ganz $\mathbb{R}$ kennen und erläutern können; Einheitskreis; von Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktion die Graphen und wichtige Eigenschaften kennen; den typischen Verlauf von Funktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c)$ kennen und die Parameter interpretieren können; harmonische Schwingung.

7. Nichtlineare Funktionen und funktionale Aspekte von Formeln

Verallgemeinerungen von reellen Funktionen (allgemeiner Funktionsbegriff); in Formeln Funktionen sehen; Formeln und Funktionen; mathematische Modelle; Änderungsmaße von Funktionen; Querschnittsflächenfunktion (Integral).

8. Analytische Geometrie des Raumes und Vektoren als Zahlentupel

Vektoren aus $\mathbb{R}^3$ und deren Rechenoperationen geometrisch interpretieren; Skalarprodukt; Vektorprodukt; Vektoren zur Lösung von Aufgaben der räumlichen analytischen Geometrie verwenden; Parameterdarstellungen von Geraden im Raum angeben und erläutern; Zusammenhang zwischen Parameter- und Normalvektordarstellungen von Ebenen; Winkelmaße und Abstände im Raum berechnen; Anwendung von n-dimensionalen Vektoren.

9. Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen

Zahlenbereichserweiterung von $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ bis $\mathbb{C}$; komplexe Zahlen der Form $a + bi$ kennen und in der Gauß'schen Zahlenebene darstellen; Grundrechnungsarten durchführen; Polardarstellung $r \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)$ kennen; komplexe Lösungen algebraischer Gleichungen ermitteln; Fundamentalsatz der Algebra.

10. Grundlagen der Differentialrechnung

Differenzenquotienten und Differentialquotienten kennen und interpretieren; geometrische Deutungen des Differenzen- und Differentialquotienten kennen; Steigungen von Funktionsgraphen interpretieren; Herleitung von Ableitungsregeln; Produkt-, Quotienten- und Kettenregel; Änderungsmaße.

11. Anwendungen der Differentialrechnung

Untersuchen von Polynomfunktionen (Kurvendiskussion); typische Verläufe von Graphen erkennen; Extremwertaufgaben; Kostenfunktionen.

12. Nichtlineare analytische Geometrie: Kreis, Kugel, Ellipse, Hyperbel, Parabel

Kreis und Kugel mittels Gleichungen beschreiben; quadratische Gleichungen als Kreis- bzw. Kugelgleichung interpretieren; Lagebeziehungen von Kreis und Gerade; Schnitt- bzw. Berührungspunkte; Tangenten an Kreise bzw. Tangentialebenen an Kugeln; Schnittwinkel zwischen Kreis und Gerade.

Parameterdarstellungen ebener Kurven; Definition der Kegelschnittlinien; Benennen und Beschreiben der Kegelschnittlinien in Hauptlage durch Gleichungen; Schneiden von Kegelschnittlinien mit Geraden; Schneiden zweier Kegelschnittlinien; Ermitteln von Tangenten.

13. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung und diskrete Verteilung

Zufallsversuche; Wahrscheinlichkeit von Ereignissen; bedingte Wahrscheinlichkeit; Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten: Multiplikations- und Additionsregel; der Satz von Bayes; Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Erwartungswert und Varianz; Standardabweichung; Binomialkoeffizient; Abzählformeln und Kombinatorik; Binomialverteilung: Eigenschaften des Binomialkoeffizienten; Verteilungs- und Dichtefunktion; Erwartungswert und Varianz.

14. Grundlagen der Integralrechnung

Stammfunktion elementarer Funktionen; Unter- und Obersummen; Approximation des Integrals durch Summen; Leibniz'sches Dreischrittverfahren; Sätze über Integrale; Integrationsmethoden (Substitutionsmethode und partielle Integration).

15. Anwendungen der Integralrechnung

Flächen- und Volumsberechnungen; Weglängen; physikalische Anwendungen (Arbeit; Leistung); Integrale von Änderungsraten.

16. Stetige Verteilungen und Anwendungen

Die Normalverteilung kennen und anwenden können; Dichte- und Verteilungsfunktion normalverteilter Zufallsgrößen kennen; Erwartungswert und Standardabweichung ermitteln; Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung; Konfidenzintervalle.

17. Beschreibende Statistik

Darstellung von Daten; Manipulation mit Hilfe von Statistik; Zentralmaße und Quartile; Streuungsmaße; Mehrfeldertafel; Streudiagramm und Passgerade.

18. Anwendungen der Differential- und Integralrechnung in der Wirtschaft

Typische Kostenverläufe, Kostenfunktionen, Gewinnmaximierung, Cournot'scher Punkt.