Name:		
Klasse:		

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

**AHS** 

12. Jänner 2017

# Mathematik

Teil-1-Aufgaben





### Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 1 enthält 24 Aufgaben. Die Aufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen dafür 120 Minuten an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift. Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft. Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld.

Alle Antworten müssen in das Aufgabenheft geschrieben werden. In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die gewohnten elektronischen Hilfsmittel verwenden.

Das Aufgabenheft ist abzugeben.

#### Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit A gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit A markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO "wesentlichen Bereich") herangezogen. Werden unter Berücksichtigung der mit A markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben

richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.

Werden auch unter Berücksichtigung der mit A markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit "Nicht genügend" beurteilt.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte A) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend 16-23 Punkte Befriedigend 24-32 Punkte 33-40 Punkte Gut Sehr gut 41-48 Punkte

#### Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits freie Antwortformate; dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Weitere Antwortformate, die in der Klausur zum Einsatz kommen können, werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der entsprechenden Buchstaben den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

#### Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

#### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

1 + 1 = 2	A
$2 \cdot 2 = 4$	С

Α	Addition
В	Division
С	Multiplikation
D	Subtraktion

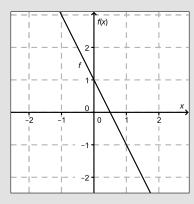
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

#### Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit  $f(x) = k \cdot x + d$ .

#### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen k = -2 und d > 0 in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Multiple-Choice-Format in der Variante "1 aus 6": Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei eine Antwortmöglichkeit auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

#### Beispiel:

Welche Gleichung ist korrekt?

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

1 + 1 = 1	
2 + 2 = 2	
3 + 3 = 3	
4 + 4 = 8	X
5 + 5 = 5	
6 + 6 = 6	

Multiple-Choice-Format in der Variante "2 aus 5": Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei zwei Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

#### Beispiel:

Welche Gleichungen sind korrekt?

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

1 + 1 = 1	
2 + 2 = 4	X
3 + 3 = 3	
4 + 4 = 8	X
5 + 5 = 5	

Multiple-Choice-Format in der Variante "x aus 5": Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung "Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/Gleichung(en)/… an!". Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

#### Beispiel:

Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

1 + 1 = 2	X
2 + 2 = 4	X
3 + 3 = 6	X
4 + 4 = 4	
5 + 5 = 10	X

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten füllen!

#### Beispiel:

Gegeben sind 3 Gleichungen.

#### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

1	
1 - 1 = 0	
1 + 1 = 2	×
1 · 1 = 1	

2	
Multiplikation	
Subtraktion	
Addition	X

#### So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

- 1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- 2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	
2 + 2 = 4	X
3 + 3 = 5	
4 + 4 = 4	
5 + 5 = 9	

Hier wurde zuerst die Antwort "5 + 5 = 9" gewählt und dann auf "2 + 2 = 4" geändert.

#### So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

- 1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- 2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	
2 + 2 = 4	
3 + 3 = 5	
4 + 4 = 4	
5 + 5 = 9	

Hier wurde zuerst die Antwort "2 + 2 = 4" übermalt und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

#### Mehrwertsteuer für Hörbücher

Seit 2015 werden in Deutschland bestimmte Hörbücher statt mit 19 % Mehrwertsteuer (MWSt.) mit dem ermäßigten Mehrwertsteuersatz von 7 % belegt.

#### Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Formel auf, mit deren Hilfe für ein Hörbuch, das ursprünglich inklusive 19 % MWSt. € x kostete, der ermäßigte Preis € y inklusive 7 % MWSt. berechnet werden kann!

## Quadratische Gleichung

Gegeben ist die Gleichung  $a \cdot x^2 + 10 \cdot x + 25 = 0$  mit  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ .

### Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie jene(n) Wert(e) von a, für welche(n) die Gleichung genau eine reelle Lösung hat!

a =

Teilungspunkt	
Die gegebene Strecke AB: A	$\stackrel{\textstyle  o}{B}$ wird innen durch den Punkt $T$ im Verhältnis 3:2
Aufgabenstellung:	
Stellen Sie eine Formel für die Berechnung d	es Punkts <i>T</i> auf!

## Trapez

Von einem Trapez ABCD sind die Koordinaten der Eckpunkte gegeben:

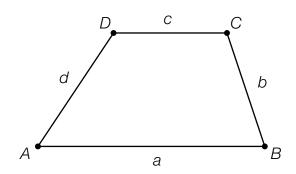
$$A = (2|-6)$$

$$B = (10|-2)$$

$$C = (9|2)$$

$$D=(3|y)$$

Die Seiten a = AB und c = CD sind zueinander parallel.



### Aufgabenstellung:

Geben Sie den Wert der Koordinate y des Punkts D an!

*y* = \_\_\_\_\_

# Parallele Gerade

Gegeben ist die Gerade  $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

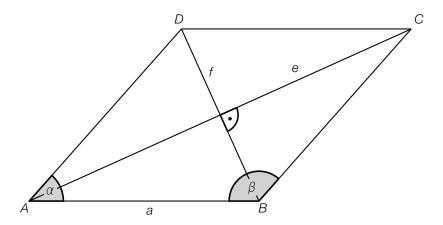
Die Gerade h verläuft parallel zu g durch den Koordinatenursprung.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie die Gleichung der Geraden $h$ in der Form	$a \cdot x + b \cdot y = c$	$mit \ a, b, c \in \mathbb{R}$	an!
h.			

### Rhombus (Raute)

In einem Rhombus mit der Seite a halbieren die Diagonalen e = AC und f = BD einander. Die Diagonale e halbiert den Winkel  $\alpha = \angle DAB$  und die Diagonale f halbiert den Winkel  $\beta = \angle ABC$ .



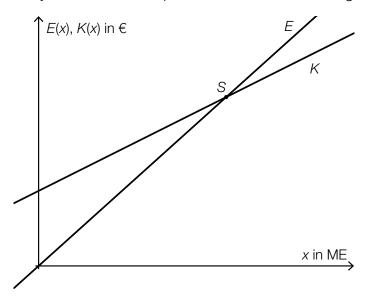
#### Aufgabenstellung:

Gegeben sind die Seitenlänge a und der Winkel  $\beta$ . Geben Sie eine Formel an, mit der f mithilfe von a und  $\beta$  berechnet werden kann!

T —	f =			
	T —			
1 =	, —			

### Schnittpunkt

Die Funktion E gibt den Erlös E(x) und die Funktion K die Kosten K(x) jeweils in Euro bezogen auf die Produktionsmenge x an. Die Produktionsmenge x wird in Mengeneinheiten (ME) angegeben. Im folgenden Koordinatensystem sind die Graphen beider Funktionen dargestellt:



#### Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die beiden Koordinaten des Schnittpunkts S der beiden Funktionsgraphen im gegebenen Zusammenhang!

# Steigende Funktion

Gegeben sind fünf Funktionen.

### Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Funktionen f sind in jedem Intervall  $[x_1; x_2]$  mit  $0 < x_1 < x_2$  streng monoton steigend? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Funktionen an!

lineare Funktion $f$ mit Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x + b \ (a > 0, b > 0)$	
Potenzfunktion $f$ mit Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^n \ (a < 0, n \in \mathbb{N}, n > 0)$	
Sinusfunktion $f$ mit Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ $(a > 0, b > 0)$	
Exponential funktion $f$ mit Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot e^{k \cdot x}$ ( $a > 0$ , $k < 0$ )	
Exponential funktion $f$ mit Funktionsgleichung $f(x) = c \cdot a^x$ ( $a > 1$ , $c > 0$ )	

#### Elektrischer Widerstand

Der elektrische Widerstand R eines zylinderförmigen Leiters mit dem Radius r und der Länge l kann mithilfe der Formel  $R=\rho\cdot\frac{l}{r^2\cdot\pi}$  berechnet werden. Der spezifische Widerstand  $\rho$  ist eine vom Material und von der Temperatur des Leiters abhängige Größe.

#### Aufgabenstellung:

Nachstehend werden Zusammenhänge angeführt, die aus der Formel für den elektrischen Widerstand hergeleitet werden können.

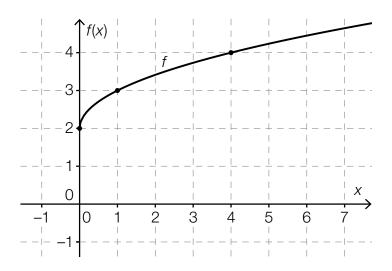
Welche der nachstehend angeführten Gleichungen bestimmt/bestimmen eine lineare Funktion? Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

$R(l) = \rho \cdot \frac{l}{r^2 \cdot \pi}$ mit $\rho$ , $r$ konstant	
$l(R) = \frac{R}{\rho} \cdot r^2 \cdot \pi \text{ mit } \rho, r \text{ konstant}$	
$R(\rho) = \rho \cdot \frac{l}{r^2 \cdot \pi}$ mit $l, r$ konstant	
$R(r) = \rho \cdot \frac{l}{r^2 \cdot \pi}$ mit $\rho$ , $l$ konstant	
$l(r) = \frac{R}{\rho} \cdot r^2 \cdot \pi \text{ mit } R, \rho \text{ konstant}$	

### **Funktion**

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Funktion f mit  $f(x) = a \cdot x^{\frac{1}{2}} + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ) dargestellt.

Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.



### Aufgabenstellung:

Geben Sie die Werte von a und b an!

a = \_\_\_\_

*b* =

## Wachstum einer Population

Die Größe einer Population wird in Abhängigkeit von der Zeit mithilfe der Funktion N mit  $N(t) = N_0 \cdot e^{0.1188 \cdot t}$  beschrieben, wobei die Zeit t in Stunden angegeben wird. Dabei bezeichnet  $N_0$  die Größe der Population zum Zeitpunkt t = 0 und N(t) die Größe der Population zum Zeitpunkt  $t \geq 0$ .

#### Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie denjenigen Prozentsatz p, um den die Population pro Stunde wächst!

### Winkelfunktionen

Gegeben sind die Funktionen f und g mit  $f(x) = -\sin(x)$  bzw.  $g(x) = \cos(x)$ .

### Aufgabenstellung:

Geben Sie an, um welchen Wert  $b \in [0; 2\pi]$  der Graph von f verschoben werden muss, um den Graphen von g zu erhalten, sodass  $-\sin(x+b) = \cos(x)$  gilt!

#### Fertilität

Auf der Website der Statistik Austria findet man unter dem Begriff Fertilität (Fruchtbarkeit) folgende Information:

"Die Gesamtfertilitätsrate lag 2014 bei 1,46 Kindern je Frau, d.h., dass bei zukünftiger Konstanz der altersspezifischen Fertilitätsraten eine heute 15-jährige Frau in Österreich bis zu ihrem 50. Geburtstag statistisch gesehen 1,46 Kinder zur Welt bringen wird. Dieser Mittelwert liegt damit deutlich unter dem "Bestanderhaltungsniveau" von etwa 2 Kindern pro Frau."

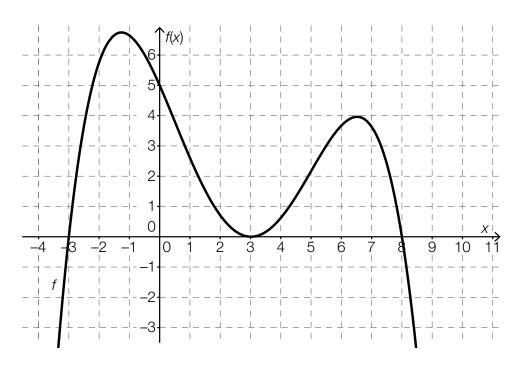
Quelle: http://www.statistik.at/web\_de/statistiken/menschen\_und\_gesellschaft/bevoelkerung/demographische\_indikatoren/index.html [23.02.2016].

#### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, um welchen Prozentsatz die	e für das Jahr 2014 gültige Gesamtfertilitätsrate von
1,46 Kindern je Frau ansteigen müsste, um	das "Bestanderhaltungsniveau" zu erreichen!
prozentuelle Zunahme: %	

# Änderungsraten einer Polynomfunktion

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion f.



## Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Differenzialquotient an der Stelle $x = 6$ ist größer als der Differenzialquotient an der Stelle $x = -3$ .	
Der Differenzialquotient an der Stelle $x = 1$ ist negativ.	
Der Differenzenquotient im Intervall [-3; 0] ist 1.	
Die mittlere Änderungsrate ist in keinem Intervall gleich 0.	
Der Differenzenquotient im Intervall [3; 6] ist positiv.	

# Ableitungs- und Stammfunktion

Es sei f eine Polynomfunktion und F eine ihrer Stammfunktionen.

## Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

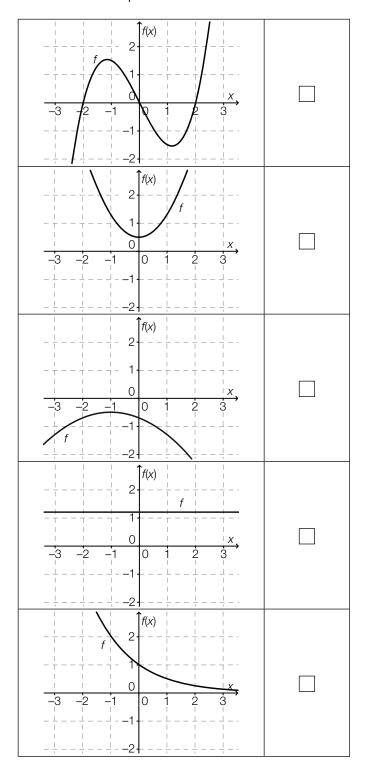
Eine Funktion $F$ heißt Stammfunktion der Funktion $f$ , wenn gilt: $f(x) = F(x) + c$ ( $c \in \mathbb{R}$ ).	
Eine Funktion $f'$ heißt Ableitungsfunktion von $f$ , wenn gilt: $\int f(x) dx = f'(x)$ .	
Wenn die Funktion $f$ an der Stelle $x_0$ definiert ist, gibt $f'(x_0)$ die Steigung der Tangente an den Graphen von $f$ an dieser Stelle an.	
Die Funktion $f$ hat unendlich viele Stammfunktionen, die sich nur durch eine additive Konstante unterscheiden.	
Wenn man die Stammfunktion $F$ einmal integriert, dann erhält man die Funktion $f$ .	

## Eigenschaften der zweiten Ableitung

Gegeben sind die Graphen von fünf reellen Funktionen.

### Aufgabenstellung:

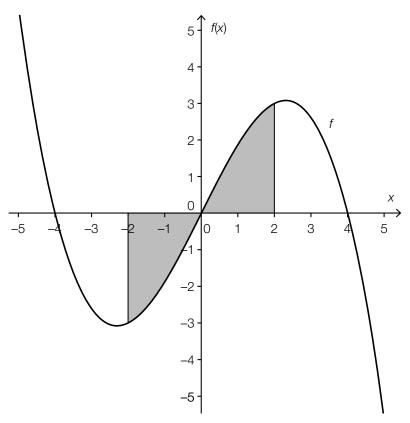
Für welche der angegebenen Funktionen gilt f''(x) > 0 im Intervall [-1; 1]? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Graphen an!



## Flächeninhalt

Abgebildet ist ein Ausschnitt des Graphen der Polynomfunktion f mit  $f(x) = -\frac{x^3}{8} + 2 \cdot x$ .

Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse im Intervall [–2; 2] ist grau markiert.



### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche!

### Tachograph

Mithilfe eines Tachographen kann die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs in Abhängigkeit von der Zeit aufgezeichnet werden. Es sei v(t) die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t. Die Zeit wird in Stunden (h) angegeben, die Geschwindigkeit in Kilometern pro Stunde (km/h).

Ein Fahrzeug startet zum Zeitpunkt t = 0.

#### Aufgabenstellung:

Geben Sie die Bedeutung der Gleichung  $\int_0^{0.5} v(t) dt = 40$  unter Verwendung der korrekten Einheiten im gegebenen Kontext an!

#### Mittlere Fehlstundenanzahl

In einer Schule gibt es vier Sportklassen: S1, S2, S3 und S4. Die nachstehende Tabelle gibt eine Übersicht über die Anzahl der Schüler/innen pro Klasse sowie das jeweilige arithmetische Mittel der während des ersten Semesters eines Schuljahres versäumten Unterrichtsstunden.

Klasse	Anzahl der Schüler/innen	arithmetisches Mittel der versäumten Stunden
S1	18	45,5
S2	20	63,2
S3	16	70,5
S4	15	54,6

#### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie das arithmetische Mittel  $\bar{x}_{\text{ges}}$  der versäumten Unterrichtsstunden aller Schüler/innen der vier Sportklassen für den angegebenen Zeitraum!

### Münzwurf

Bei einem Zufallsversuch wird eine Münze, die auf einer Seite eine Zahl und auf der anderen Seite ein Wappen zeigt, zweimal geworfen.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie alle möglichen Ausfälle (Ausgänge) dieses Zufallsversuchs an! Wappen kann dabei mit W, Zahl mit Z abgekürzt werden.

### Online-Glücksspiel

Ein Mann spielt über einen längeren Zeitraum regelmäßig dasselbe Online-Glücksspiel mit konstanter Gewinnwahrscheinlichkeit. Von 768 Spielen gewinnt er 162.

#### Aufgabenstellung:

Mit welcher ungefähren Wahrscheinlichkeit wird er das nächste Spiel gewinnen? Kreuzen Sie den zutreffenden Schätzwert für diese Wahrscheinlichkeit an!

0,162%	
4,74%	
16,2%	
21,1%	
7,68%	
76,6%	

#### Weiche und harte Eier

Beim Frühstücksbuffet eines Hotels befinden sich in einem Körbchen zehn äußerlich nicht unterscheidbare Eier. Bei der Vorbereitung wurde versehentlich ein hart gekochtes Ei zu neun weich gekochten Eiern gelegt.

### Aufgabenstellung:

Eine Dame entnimmt aus dem noch vollen Körbchen ein Ei, das sie zufällig auswählt. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass der nächste Gast bei zufälliger Wahl eines Eies das harte Ei entnimmt!

### Zufallsexperiment

Bei einem Zufallsexperiment, das 25-mal wiederholt wird, gibt es die Ausgänge "günstig" und "ungünstig". Die Zufallsvariable X beschreibt, wie oft dabei das Ergebnis "günstig" eingetreten ist. X ist binomialverteilt mit dem Erwartungswert 10.

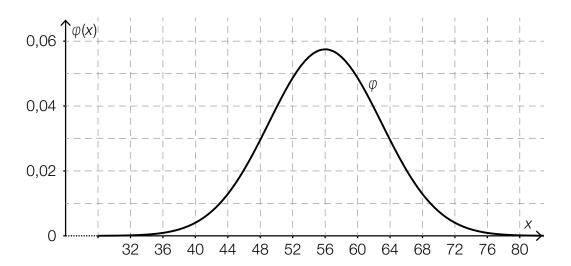
#### Aufgabenstellung:

Zwei der nachstehenden Aussagen lassen sich aus diesen Informationen ableiten. Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

P(X = 25) = 10	
Wenn man das Zufallsexperiment 25-mal durchführt, werden mit Sicherheit genau 10 Ergebnisse "günstig" sein.	
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Zufallsexperiment "günstig" ausgeht, ist 40%.	
Wenn man das Zufallsexperiment 50-mal durchführt, dann ist der Erwartungswert für die Anzahl der "günstigen" Ergebnisse 20.	
P(X > 10) > P(X > 8)	

### Blutgruppe

In Europa beträgt die Wahrscheinlichkeit, mit Blutgruppe B geboren zu werden, ca. 0,14. Für eine Untersuchung wurden n in Europa geborene Personen zufällig ausgewählt. Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Personen mit Blutgruppe B. Die Verteilung von X kann durch eine Normalverteilung approximiert werden, deren Dichtefunktion in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist.



#### Aufgabenstellung:

Schätzen Sie anhand	l der obigen A	Abbildung den	Stichprobenumfang	<i>n</i> dieser	Untersuchung!
---------------------	----------------	---------------	-------------------	-----------------	---------------